

## Анализ пофазной синусоидальной ШИМ с натуральной выборкой

Берестов В.М. <sup>1</sup>

<sup>1</sup> 630088, Россия, Новосибирск, Сибиряков – Гвардейцев, 51/3,  
ЗАО "ЭРАСИБ"  
Тел./факс + 7(383) 3422420      E-mail: berestov@erasib.ru

### Введение

В работе наглядно показана причина ограниченного линейного диапазона изменения выходного напряжения при синусоидальной ШИМ. Этой причиной является смещение середины импульса напряжения на нагрузке относительно середины интервала дискретности, изменяющееся с частотой третьей гармоники и амплитудой пропорциональной глубине модуляции. Аналитически строго синтезируется сигнал третьей гармоники, который необходимо прибавить к трем заданным модулирующим напряжениям для того, чтобы зафиксировать импульс напряжения на нагрузке в середине, конце, либо начале интервала дискретности, что расширяет линейный диапазон изменения напряжения на нагрузке в  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  раз.

Полученные аналитические выражения среднего и действующего значений токов инвертора являются полезной для разработчика информацией при выборе элементов силовой части инвертора.

### Основная часть

Показанный на рис. 1 инвертор напряжения генерирует низкочастотное выходное напряжение регулируемой амплитуды и частоты. Среди различных методов импульсной модуляции наибольшее распространение получил метод синусоидальной широтно-импульсной модуляции (ШИМ) благодаря его фиксированной частоте коммутации и простоте реализации. При синусоидальной ШИМ три заданных синусоидальных напряжения сравниваются с высокочастотным треугольным опорным напряжением и моменты их пересечения определяют моменты коммутации ключей в стойках инвертора. Этот метод легко может быть реализован как в аналоговом, так и в цифровом виде. Почти все контроллеры, доступные сегодня на рынке, позволяют осуществить цифровую реализацию синусоидальной ШИМ.

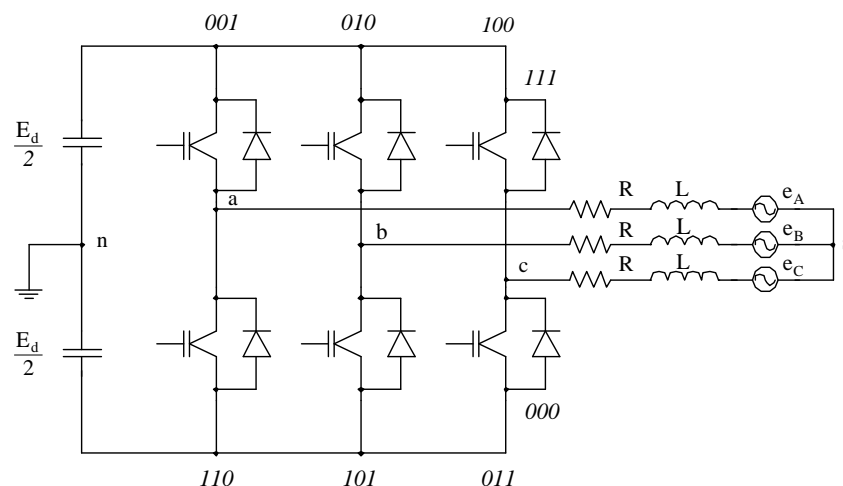


Рис.1. Инвертор напряжения

**Трёхфазная симметричная система заданных напряжений  $V_{abcs}^*$**

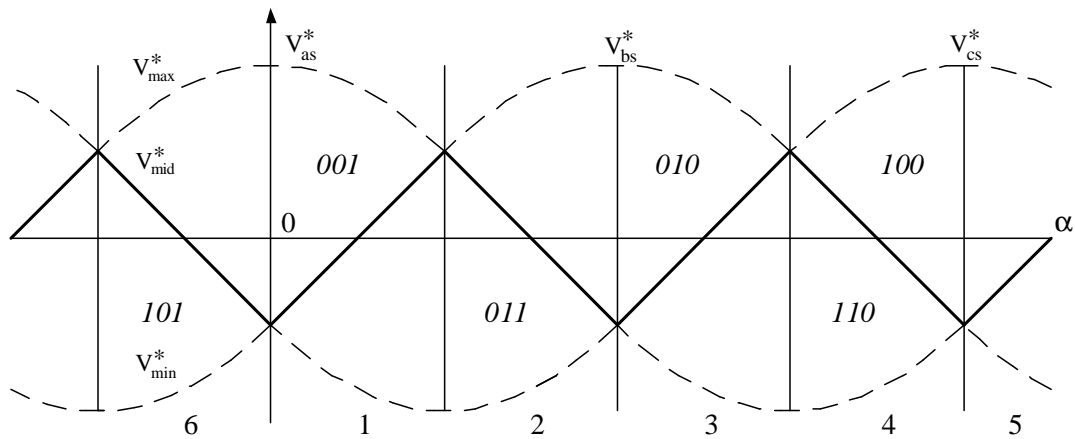


Рис. 2. Система заданных напряжений  $V_{abcs}^*$

Система заданных напряжений характеризуется:

амплитудой -  $V_m^*$  и

фазой -  $\alpha$ ,

частотой -  $\omega$ , так что  $\alpha = \omega \cdot t$ ;

$$V_{as}^* = V_m^* \cdot \cos \alpha, \quad V_{bs}^* = V_m^* \cdot \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}), \quad V_{cs}^* = V_m^* \cdot \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}).$$

Верхнюю и нижнюю границы кривых трёхфазной системы заданных напряжений  $V_{as}^*$ ,  $V_{bs}^*$  и  $V_{cs}^*$  обозначим  $V_{max}^*$  и  $V_{min}^*$  соответственно. Кривую промежуточных между  $V_{max}^*$  и  $V_{min}^*$  значений трёхфазной системы заданных напряжений  $V_{as}^*$ ,  $V_{bs}^*$  и  $V_{cs}^*$  обозначим  $V_{mid}^*$ .

Трёхфазная система заданных напряжений  $V_{as}^*$ ,  $V_{bs}^*$  и  $V_{cs}^*$  (её графическое обозначение) может быть разбита на 6 секторов длительностью  $\Delta\alpha = \frac{\pi}{3}$ , внутри которых одно из заданных напряжений  $V_{as}^*$ ,  $V_{bs}^*$  и  $V_{cs}^*$  совпадает с  $V_{max}^*$ , другое с  $V_{mid}^*$ , а третье с  $V_{min}^*$ .

**Комбинации состояний ключей**

Возможные восемь комбинаций состояний ключей в трёх стойках инвертора (рис. 1) можно разбить на три группы.

Нулевые комбинации – это комбинации, при которых выходы всех трёх стоек инвертора А, В и С подключены либо отрицательной (минусовой) шине источника питания (000), либо к положительной (плюсовой) шине источника питания (111).

Положительные комбинации: первая (001), третья (010) и пятая (100) – это комбинации, при которых выход одной стойки инвертора А (001), В (010) или С (100) подключен к плюсовой шине источника питания  $E_d$ , а выходы двух других – к минусовой.

Отрицательные комбинации: четвёртая (110), шестая (101) и вторая (011) – это комбинации при которых выход одной стойки инвертора А (110), В (101) или С (011) подключен к минусовой шине источника питания  $E_d$ , а выходы двух других – к плюсовой.

При положительных комбинациях напряжение источника питания  $E_d$  распределяется между фазами нагрузки следующим образом:  $+\frac{2}{3}E_d$  на фазе, подключенной к плюсовой шине и  $-\frac{1}{3}E_d$  на фазах, подключенных к минусовой шине. При отрицательных комбинациях -

$-\frac{2}{3}E_d$  на фазе, подключенной к минусовой шине и  $+\frac{1}{3}E_d$  на фазах, подключенных к плюсовой шине.

Напряжение смещения нейтрали  $V_{sn}$  равно  $-\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}$  при положительных комбинациях и равно  $+\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}$  при отрицательных комбинациях.

### *Очередность существования комбинаций внутри интервала дискретности $T_s$*

На рис. 3 представлены временные диаграммы треугольного опорного напряжения амплитудой  $V_n$  на периоде  $2T_s$ , полюсных напряжений  $V_{max_n}$ ,  $V_{mid_n}$  и  $V_{min_n}$ , фазных напряжений  $V_{max_s}$ ,  $V_{mid_s}$  и  $V_{min_s}$  и напряжения смещения нейтрали  $V_{sn}$ .

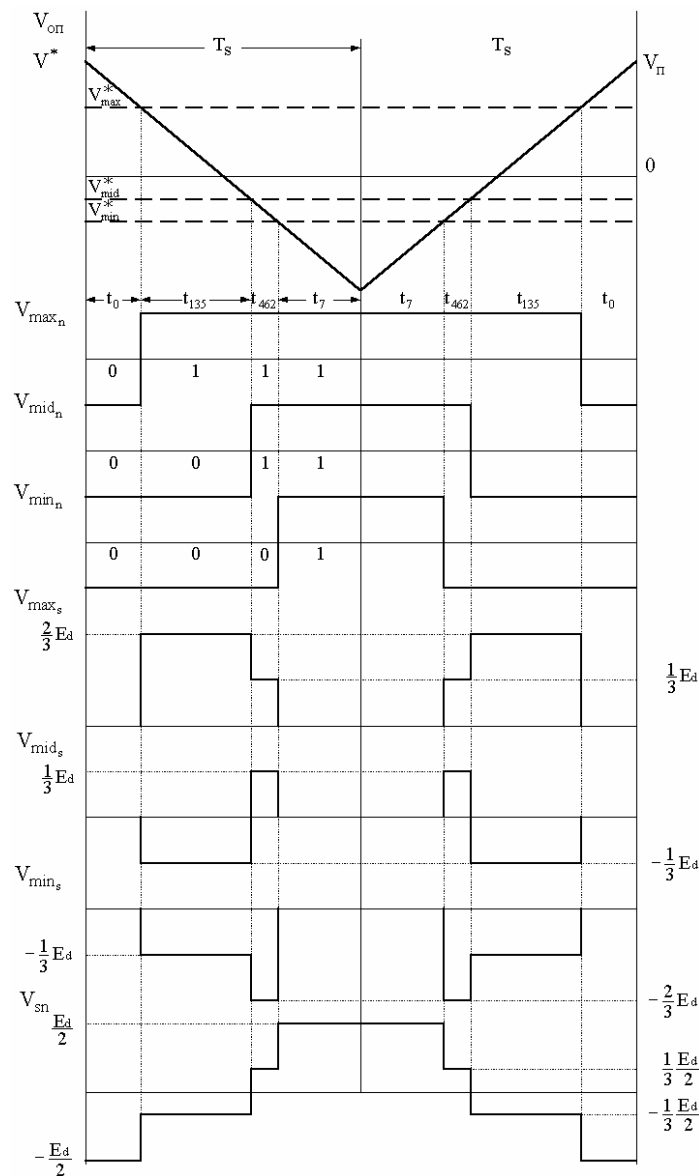


Рис. 3. Временные диаграммы полюсных, фазных напряжений и напряжения смещения нейтрали

Обозначим отношение амплитуды заданных напряжений -  $V_m^*$  к амплитуде треугольного опорного напряжения -  $V_n$  индексом  $M$  - глубина модуляции.

На интервале времени  $t_0$  выходы всех трех стоек инвертора подключены к минусовой шине источника питания  $E_d$ . При этом мгновенные значения полюсных и фазных напряжений, а также напряжение смещение нейтрали принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} V_{\max_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\max_s} &= 0; & V_{sn} &= -\frac{E_d}{2}; \\ V_{\text{mid}_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\text{mid}_s} &= 0; \\ V_{\min_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\min_s} &= 0; \end{aligned}$$

С момента времени пересечения кривой пилообразного опорного напряжения с кривой  $V_{\max}^*$  выход той стойки инвертора, для которой заданное напряжение совпадает с  $V_{\max}^*$ , подключен к плюсовой шине источника питания, а выходы двух других стоек - к минусовой шине, т.е. имеет место одна из трех положительных комбинаций 001, 010 или 100 с длительностью комбинации  $t_{135}$ . При этом мгновенные значения полюсных и фазных напряжений, а также напряжение смещение нейтрали принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} V_{\max_n} &= +\frac{E_d}{2}; & V_{\max_s} &= +\frac{2}{3}E_d; & V_{sn} &= -\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}; \\ V_{\text{mid}_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\text{mid}_s} &= -\frac{1}{3}E_d; \\ V_{\min_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\min_s} &= -\frac{1}{3}E_d. \end{aligned}$$

С момента времени пересечения кривой пилообразного опорного напряжения с кривой  $V_{\text{mid}}^*$  выход той стойки инвертора, для которой заданное напряжение совпадает с  $V_{\text{mid}}^*$ , подключен к минусовой шине источника питания, а выходы двух других стоек - к плюсовой шине, т.е. имеет место одна из трех отрицательных комбинаций 110, 101 или 011 с длительностью комбинации  $t_{462}$ . При этом мгновенные значения полюсных и фазных напряжений, а также напряжение смещение нейтрали принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} V_{\max_n} &= +\frac{E_d}{2}; & V_{\max_s} &= +\frac{1}{3}E_d; & V_{sn} &= +\frac{1}{3}\frac{E_d}{2}; \\ V_{\text{mid}_n} &= +\frac{E_d}{2}; & V_{\text{mid}_s} &= +\frac{1}{3}E_d; \\ V_{\min_n} &= -\frac{E_d}{2}; & V_{\min_s} &= -\frac{2}{3}E_d. \end{aligned}$$

С момента времени пересечения кривой пилообразного опорного напряжения  $V_{on}$  с кривой  $V_{\min}^*$  выходы всех стоек инвертора подключены к плюсовой шине источника питания  $E_d$ , т.е. имеет место нулевая комбинация 111 длительностью  $t_7$ .

Таким образом, интервал дискретности  $T_s$  разбивается на четыре отрезка времени  $t_0$ ,  $t_{135}$ ,  $t_{462}$  и  $t_7$  соответствующие выше перечисленным комбинациям состояний ключей в трёх стойках инвертора:

$$t_0 = \frac{T_s}{2} - \frac{V_{\max}^* T_s}{V_n} - \text{длительность нулевой комбинации 000};$$

$$t_{135} = \frac{V_{\max}^* - V_{\text{mid}}^*}{V_n} \frac{T_s}{2} - \text{длительность положительной комбинации 001, 010 или 100};$$

$$t_{462} = \frac{V_{\text{mid}}^* - V_{\min}^*}{V_n} \frac{T_s}{2} - \text{длительность отрицательной комбинации 110, 101 или 011};$$

$$t_7 = \frac{T_s}{2} + \frac{V_{\min}^* T_s}{V_{\Pi}} - \text{длительность комбинации } 111;$$

$$t_{\text{eff}} = t_{135} + t_{462} = \frac{V_{\max}^* - V_{\min}^* T_s}{V_{\Pi}};$$

$$t_0 - t_7 = -\frac{V_{\max}^* + V_{\min}^* T_s}{V_{\Pi}} = \frac{V_{\text{mid}}^* T_s}{V_{\Pi}}.$$

### Очередность существования комбинаций при изменении $\alpha$ ( $0 \div 360^\circ$ )

Приведенная на рис. 4 зависимость длительности комбинации и очередности их существования от угла  $\alpha$  получена линейным преобразованием системы заданных напряжений  $V_{\text{abcs}}^*$  вида:

$$\frac{V_{\text{abcs}}^* T_s}{V_{\Pi}} + \frac{T_s}{2}.$$

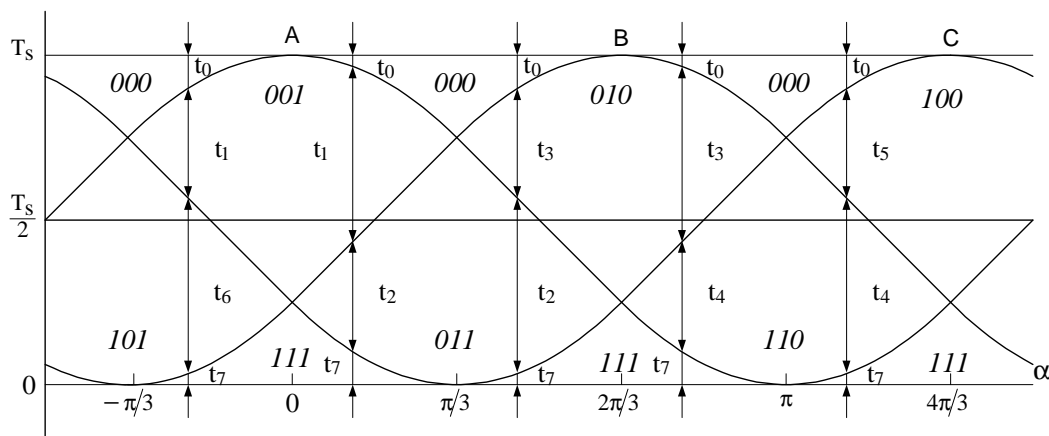


Рис. 4 Зависимость длительности комбинации от угла  $\alpha$  при  $M=1$ .

После пересечения треугольного опорного напряжения с максимальным заданным напряжением  $V_{\max}^*$  имеет место одна из трёх положительных комбинаций: 001, 010 или 100. Если кривая  $V_{\max}^*$  совпадает с заданным напряжением фазы А  $V_{\text{as}}^*$  (1 и 6 сектор), то эта комбинация 001 длительностью  $t_1$ . Если кривая  $V_{\max}^*$  совпадает с заданным напряжением фазы В  $V_{\text{bs}}^*$  (2 и 3 сектор), то эта комбинация 010 длительностью  $t_3$ . Если кривая  $V_{\max}^*$  совпадает с заданным напряжением фазы С  $V_{\text{cs}}^*$  (4 и 5 сектор), то эта комбинация 100 длительностью  $t_5$ .

Из рис. 4 видно, что очередность существования комбинации длительностью  $t_1, t_2, \dots, t_6$  аналогична очередности проводящих состояний вентилей в трёхфазной мостовой схеме выпрямителя. В первом, третьем и пятом секторах длительности положительных комбинаций  $t_1, t_3$  и  $t_5$  изменяются от максимальной величины равной:

$$\frac{3 V_m^* T_s}{2 V_{\Pi}} ,$$

до нуля, в то время как длительность отрицательных комбинаций  $t_2, t_4$  и  $t_6$  изменяется от нуля до максимальной. Во втором, четвертом и шестом секторах картина обратная.

На рис. 5 приведена зависимость длительности комбинаций  $t_1, t_2, \dots, t_6$  и  $t_{\text{eff}}$  от угла  $\alpha$ , которые могут быть представлены в следующем виде:

для *первого* сектора

$$t_1 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}), \quad t_2 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha;$$

для *второго* сектора

$$t_2 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}), \quad t_3 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3});$$

для *третьего* сектора

$$t_3 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha, \quad t_4 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3});$$

для *четвертого* сектора

$$t_4 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}), \quad t_5 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha;$$

для *пятого* сектора

$$t_5 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}), \quad t_6 = \sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3});$$

для *шестого* сектора

$$t_6 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin \alpha, \quad t_1 = -\sqrt{3}M \frac{T_s}{2} \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}).$$

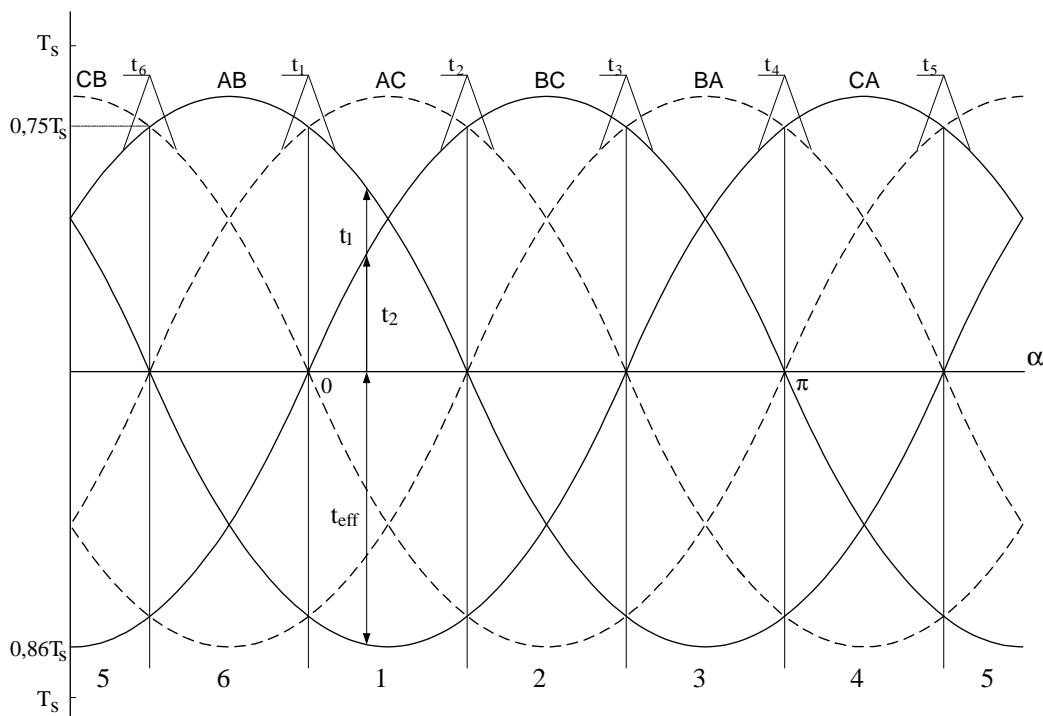


Рис. 5

**Средние на интервале дискретности  $T_s$  значения фазных напряжений**

Средние на интервале дискретности  $T_s$  значения фазных напряжений равны:

$$V_{\text{max}_s} = +\frac{2}{3} E_d \frac{t_{135}}{T_s} + \frac{1}{3} E_d \frac{t_{462}}{T_s} = \frac{1}{3} [2t_{135} + t_{462}] \frac{E_d}{T_s};$$

$$V_{\text{mid}_s} = -\frac{1}{3} E_d \frac{t_{135}}{T_s} + \frac{1}{3} E_d \frac{t_{462}}{T_s} = -\frac{1}{3} [t_{135} - t_{462}] \frac{E_d}{T_s};$$

$$V_{\min_s} = -\frac{1}{3} E_d \frac{t_{135}}{T_s} - \frac{2}{3} E_d \frac{t_{462}}{T_s} = -\frac{1}{3} [t_{135} + 2t_{462}] \frac{E_d}{T_s};$$

После подстановки  $t_{135} = \frac{V_{\max}^* - V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}$  и  $t_{462} = \frac{V_{\text{mid}}^* - V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}$  с учетом

$V_{\max}^* + V_{\text{mid}}^* + V_{\min}^* = 0$  получим:

$$V_{\max_s} = \frac{V_{\max}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}; \quad V_{\text{mid}_s} = \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}; \quad V_{\min_s} = \frac{V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2},$$

т.е. средние на интервале дискретности  $T_s$  значения фазных напряжений пропорциональны мгновенным значениям заданных напряжений в моменты выборки, при условии  $V_{\max}^* + V_{\text{mid}}^* + V_{\min}^* = 0$ .

Поскольку нейтраль нагрузки изолирована, то фазное напряжение на нагрузке (его мгновенное и среднее на интервале дискретности  $T_s$  значения) зависят от состояния всех трёх стоек инвертора, т.е. от всех трёх заданных напряжений, а именно от их разностей:

$$t_{135} = \frac{V_{\max}^* - V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}; \quad t_{462} = \frac{V_{\text{mid}}^* - V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}.$$

Как будет рассмотрено ниже, последнее обстоятельство и определяет тот факт, что прибавление ко всем трём заданным напряжениям  $V_{\max}^*$ ,  $V_{\text{mid}}^*$  и  $V_{\min}^*$  одного и того же сигнала третьей гармоники не влияет на длительность и среднее значение импульса напряжения на нагрузке, а изменяет лишь расположение импульса внутри интервала дискретности, т.е. изменяет  $t_0$  и  $t_7$ :

$$t_0 = \frac{T_s}{2} - \frac{V_{\max}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}; \quad t_7 = \frac{T_s}{2} + \frac{V_{\min}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}.$$

### ***Среднее на интервале дискретности значение напряжения смещения нейтрали***

Среднее на интервале дискретности значение напряжения смещения нейтрали нагрузки равно:

$$V_{\text{sn}} = -\frac{1}{3} \frac{(t_{135} - t_{462}) E_d}{T_s} \frac{1}{2} - \frac{(t_0 - t_7) E_d}{T_s} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2} - \frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2} = 0$$

Как видно из выражения напряжение смещения нейтрали (его среднее на интервале дискретности  $T_s$  значение) состоит из двух составляющих. Первая составляющая – это составляющая от напряжений  $\mp \frac{1}{3} \frac{E_d}{2}$  за время  $t_{135}$  и  $t_{462}$ , т.е. за время импульса напряжения на нагрузке. Эта составляющая неизменна и равна  $\frac{1}{2} V_{\text{mid}}^* \frac{1}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}$ . Вторая составляющая – это составляющая от напряжений  $\mp \frac{E_d}{2}$  в течение времени  $t_0$  и  $t_7$  т.е. времени пауз напряжений на нагрузке. При синусоидальной ШИМ вторая составляющая напряжения смещения нейтрали равна  $-\frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{E_d}{2}$  и таким образом среднее на интервале дискретности  $T_s$  значение напряжения смещения нейтрали равно нулю.

Таким образом, при синусоидальной пофазной ШИМ с натуральной выборкой средние на интервале дискретности значения полюсных  $V_{\max_{\Pi}}$ ,  $V_{\text{mid}_{\Pi}}$ ,  $V_{\min_{\Pi}}$  и фазных  $V_{\max_s}$ ,  $V_{\text{mid}_s}$ ,  $V_{\min_s}$  напряжений совпадают (т.к.  $V_{\text{sn}} = 0$ ), а "гладкие составляющие" этих напряжений повторяют заданные  $V_{\max}^*$ ,  $V_{\text{mid}}^*$ ,  $V_{\min}^*$ .

Введение сигнала третьей гармоники аналогично изменяет полюсные напряжения и напряжение смещения нейтрали, оставляя неизменными фазные напряжения на нагрузке.

Очевидно, что как мгновенные, так и средние на интервале дискретности  $T_s$  значения полюсных напряжений  $V_{an}$ ,  $V_{bn}$  и  $V_{cn}$  не превышают  $\pm \frac{E_d}{2}$ . При синусоидальной ШИМ среднее на интервале дискретности  $T_s$  значение напряжения смещения нейтрали нагрузки  $V_{sn}$  равно нулю. Поэтому при синусоидальной ШИМ средние на интервале дискретности  $T_s$  значения фазных напряжений  $V_{as}$ ,  $V_{bs}$  и  $V_{cs}$  не превышают  $\pm \frac{E_d}{2}$ . При этом средние на интервале дискретности  $T_s$  значения линейных напряжений  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  и  $V_{ca}$  не превышают  $\pm \sqrt{3} \frac{E_d}{2}$ .

В то время как максимально возможное линейное напряжение равно  $E_d$ , т.е. в  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  раз выше чем имеет место при синусоидальной ШИМ.

С другой стороны, при синусоидальной ШИМ на границе линейного диапазона (при  $M = \frac{V_m^*}{V_{\Pi}} = 1$ ) скважность импульсов напряжения на нагрузке  $\gamma = \frac{t_{\text{eff}}}{T_s}$  изменяется в диапазоне  $\gamma = 0.75 \div 0.866$  (рис. 5). При этом максимальное значение скважности импульсов напряжения на нагрузке равно  $\gamma_m = \frac{t_{\text{eff}m}}{T_s} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$  т.е. в  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  раза интервал дискретности недоиспользован по скважности при  $M = 1$ .

Таким образом, при синусоидальной пофазной ШИМ с симметричным треугольным опорным напряжением, граница линейного диапазона изменения выходного напряжения заканчивается при  $M = 1$ , когда амплитудное значение полюсного напряжения достигает максимально возможной величины равной  $\frac{E_d}{2}$ . При этом, как амплитуда линейного напряжения, так и максимальное значение скважности импульсов напряжения на нагрузке составляют  $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$  от максимально возможных.

Понять возможность расширения линейного диапазона изменения глубины модуляции  $M$  вне пределов  $0 \div 1$  можно проанализировав расположение внутри интервала дискретности импульса напряжения на нагрузке. Как видно из рис. 6 при синусоидальной ШИМ середина импульса ( $\frac{t_{\text{eff}}}{2}$ ) смещена относительно середины интервала дискретности ( $\frac{T_s}{2}$ ). Это смещение изменяется в функции угла  $\alpha$  с частотой третьей гармоники по кривой.

$$T_{\text{см}} = \frac{V_{\text{max}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2} - \frac{t_{\text{eff}}}{2} = -\frac{1}{2} \frac{V_{\text{mid}}^*}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2}$$

При  $M = 1$  (рис. 7) на границах секторов импульс напряжения начинает поочередно касаться, то начала, то конца интервала дискретности, в то время как скважность импульсов  $\gamma = \frac{t_{\text{eff}}}{T_s}$  в момент касания принимает минимальное при  $M = 1$  значение 0.75.

Дальнейшее увеличение глубины модуляции  $M > 1$  (рис. 8) приводит к тому, что импульс напряжения как бы выходит за пределы интервала дискретности. Прибавление к трём заданным напряжениям  $V_{as}^*$ ,  $V_{bs}^*$  и  $V_{cs}^*$  одного и того же сигнала третьей гармоники удерживает импульс напряжения на нагрузке либо в середине интервала дискретности  $T_s$  ( $t_0=t_7$ ) либо поочередно на краях интервала дискретности  $T_s$  ( $t_0=0$  либо  $t_7=0$ ) до тех пор, пока  $t_{\text{eff}} = \frac{V_m^* \sqrt{3}}{V_{\Pi}} \frac{T_s}{2} \leq T_s$  т.е. расширяет линейный диапазон до  $M = \frac{V_m^*}{V_{\Pi}} \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$ .



Прибавление к трём заданным напряжениям  $V_{as}^*$ ,  $V_{bs}^*$  и  $V_{cs}^*$  одного и того же сигнала третьей гармоники одновременно уменьшает амплитуду полюсных напряжений, аналогично смещает потенциал средней точки нагрузки, оставляя неизменными фазные напряжения на нагрузке.

Для того, чтобы расположить импульс напряжения на нагрузке в середине интервала дискретности  $T_s$  ( $t_0=t_7$ ) необходимо к трём заданным напряжениям прибавить сигнал третьей гармоники в виде:

$$V_0 = \frac{1}{2} V_{mid}^*$$

Аналоговая реализация с использованием двух диодных выпрямителей для получения сигнала  $\frac{1}{2} V_{mid}^*$  из трёх заданных напряжений  $V_{max}^*$ ,  $V_{mid}^*$ ,  $V_{min}^*$  предложена К.Г King в 1974г. [1]. Десятью годами позже предложена прямая цифровая реализация такого модулятора [2]. Так как при прямой цифровой реализации использовалась пространственно-векторная теория, этот метод получил название – пространственно-векторный способ ШИМ (SVPWM) (рис. 6,7,8). Данный метод является наиболее популярным сегодня.

Для того, чтобы расположить импульс напряжения на нагрузке в начале интервала дискретности ( $t_0=0$ ) либо в конце интервала дискретности ( $t_7=0$ ) необходимо к трём заданным напряжениям прибавить либо  $(V_{\pi} - V_{max}^*)$ , либо  $(-V_{\pi} - V_{min}^*)$ . Разрывные методы модуляции, получившие название DPWM1 (рис. 9,а) и DPWM2 (рис. 9,б), получают прибавлением к трём заданным напряжением сигнала третьей гармоники, чередующего через  $\frac{\pi}{3}$  значения либо  $(V_{\pi} - V_{max}^*)$ , либо  $(-V_{\pi} - V_{min}^*)$ .

### ***Значения входных токов инвертора напряжения***

Определим среднее значение входного тока инвертора  $I_d$ , действующее значение входного тока инвертора  $I_e$ , действующее значение переменной составляющей входного тока инвертора  $\tilde{I}_e$  и среднее значение токов диода и транзистора. При анализе будем полагать фазный ток нагрузки синусоидальным:

$$\begin{aligned} i_A &= \sqrt{2}I \cos(\alpha - \varphi); \\ i_B &= \sqrt{2}I \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3} - \varphi); \\ i_C &= \sqrt{2}I \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3} - \varphi); \end{aligned}$$

, здесь

$I$  - действующее значение тока нагрузки;

$\varphi$  - фазовый сдвиг тока относительно заданных напряжений.

Последнее справедливо при частоте коммутации  $\omega_k = \frac{2\pi}{2T_s}$  значительно большей основной частоты  $\omega$ .

Если рассматривать интервал дискретности  $T_s$  при  $\alpha = (0 \div 60^\circ)$ , т.е в 1-ом секторе, то в течение времени  $t_1$ :

$$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} M \cdot T_s \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3})$$

входной ток инвертора  $i_{вх}$  равен  $i_A$ , так как в течение времени  $t_1$  выход стойки А подключен к плюсовой шине, а выходы двух других стоек к минусовой.

В течение времени  $t_2$ :

$$t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} M \cdot T_s \sin \alpha$$

входной ток инвертора  $i_{вх}$  равен  $-i_C$ , так как в течение времени  $t_2$  выход стоки С подключен к минусовой шине, а выходы двух других стоек к плюсовой.

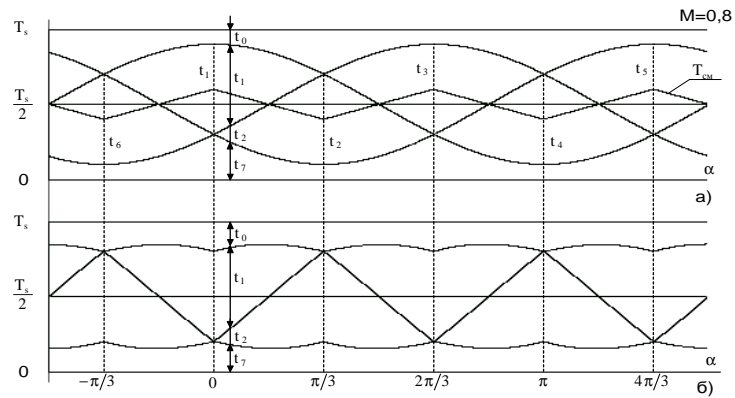


Рис. 6 а) SPWM б) SVPWM

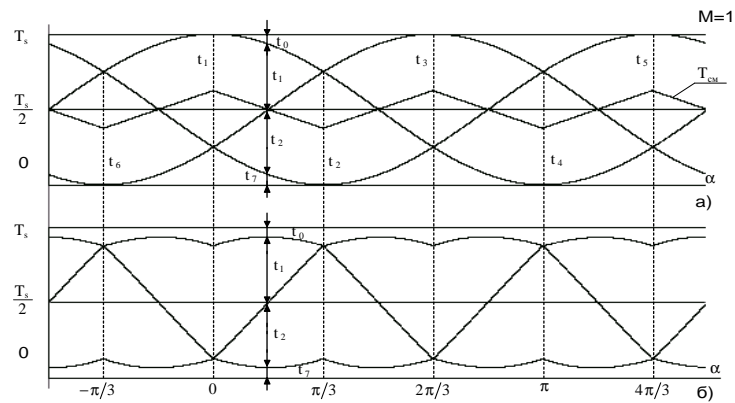


Рис. 7 а) SPWM б) SVPWM

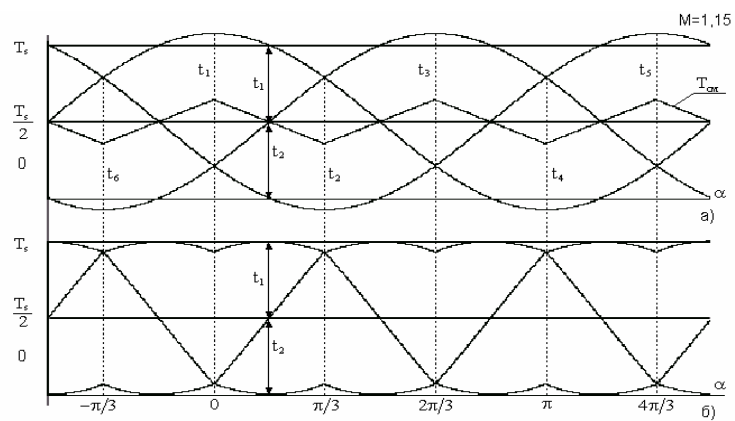
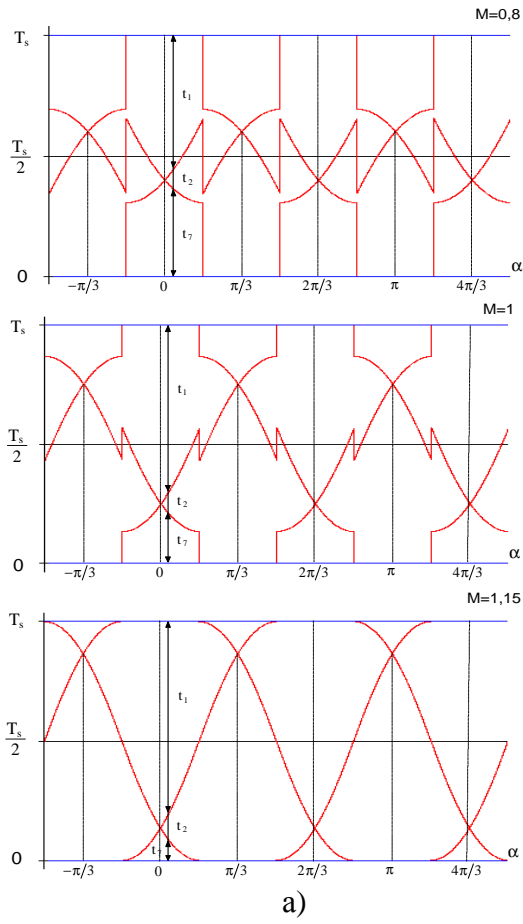
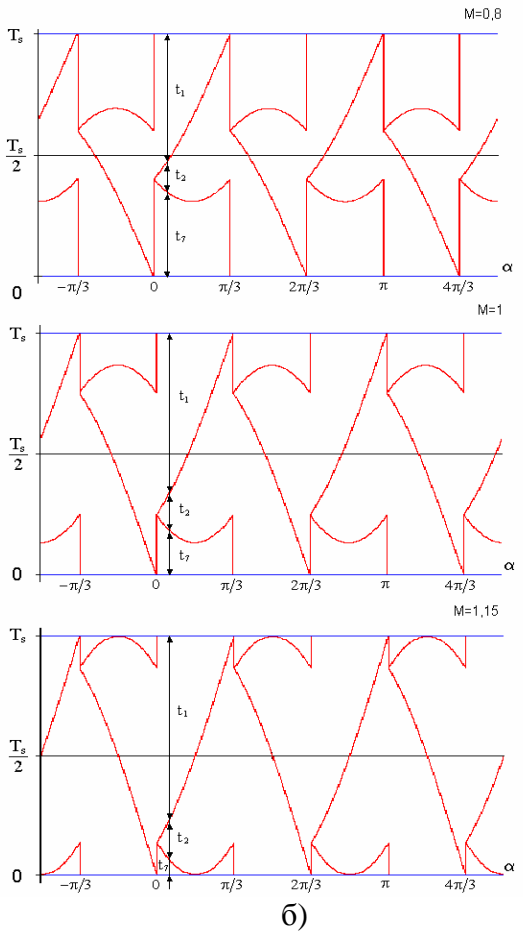


Рис. 8 а) SPWM б) SVPWM



a)



б)

Рис. 9 а) DPWM1, б) DPWM2

Тогда среднее на интервале дискретности  $T_s$  значение входного тока инвертора  $I_d$  равно:

$$I_d = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{\text{вх}}(t) dt = i_A \frac{t_1}{T_s} - i_C \frac{t_2}{T_s}.$$

После подстановки выражений для  $i_A$ ,  $i_C$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  получим:

$$I_d = \frac{3}{2\sqrt{2}} M \cdot I \cos \varphi$$

Аналогичный результат может быть получен на основе баланса мощностей между входом и выходом инвертора при пренебрежении потерями в инверторе:

$$E_d I_d = \frac{E_d}{2} \frac{M}{\sqrt{2}} \cdot 3 \cdot I \cos \varphi$$

Среднее на интервале дискретности  $T_s$  значение квадрата входного тока инвертора  $I_d^2$  равно:

$$I_d^2 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{\text{вх}}^2 dt = \frac{t_1}{T_s} i_A^2 + \frac{t_2}{T_s} i_C^2 ;$$

после подстановки  $i_A$ ,  $i_C$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  получим:

$$I_d^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} M \cdot I^2 \left\{ \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2\varphi \cdot \left[ \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \sin 3\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] - \right. \\ \left. - \sin 2\varphi \cdot \left[ \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} \cos 3\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right] \right\}$$

После усреднения  $I_d^2$  на интервале  $\alpha = (0 \div 60^\circ)$ , т.е. в пределах одного сектора получим:

$$I_{d,av}^2 = \frac{3}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} I_d^2 d\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} M \cdot I^2 \left[ 1 + \frac{2}{3} \cos 2\varphi \right]$$

Действующее значение переменной составляющей входного тока инвертора равно:

$$\tilde{I}_d = \sqrt{I_{d,av}^2 - I_d^2} = I \sqrt{M \left[ \frac{\sqrt{3}}{2\pi} + \left( \frac{2\sqrt{3}}{\pi} - \frac{9}{8} M \right) \cos^2 \varphi \right]}$$

Зависимость действующего значения переменной составляющей входного тока инвертора в относительных единицах от глубины модуляции  $M$  при различных значениях  $\cos \varphi$  приведена на рис. 11.

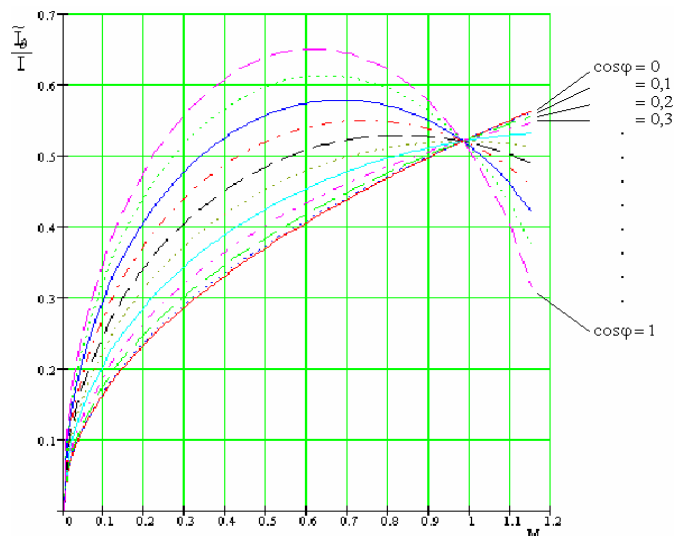


Рис. 11

### Средние значения токов транзисторов и диодов

Рассмотрим интервал  $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{6} \div \varphi + \frac{\pi}{6}$  внутри которого  $i_A > 0$ ,  $i_B < 0$  и  $i_C < 0$ .

При углах  $\alpha$  принадлежащих интервалу  $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{6} \div \varphi + \frac{\pi}{6}$  и одновременно интервалу  $\alpha = 0 \div \frac{\pi}{3}$  (1 сектор) интервал дискретности  $T_s$  состоит из интервалов  $t_0, t_1, t_2, t_7$ .

Положительный ток нагрузки протекает по верхнему транзистору, если он открыт, либо по нижнему диоду, если верхний транзистор закрыт и открыт нижний транзистор. Отрицательный ток нагрузки протекает по нижнему транзистору, если он открыт, либо по верхнему диоду, если нижний транзистор закрыт и открыт верхний транзистор.

На интервале времени  $t_0$  открыты три нижних транзистора. Положительный ток  $i_A$  протекает по нижнему диоду, а отрицательные токи  $i_B$  и  $i_C$  протекают по нижним транзисторам. На интервале времени  $t_1$  открыт верхний транзистор в стойке А и нижние транзисторы в стойках В и С. Тогда положительный ток  $i_A$  протекает по верхнему транзистору, а отрицательные токи  $i_B$  и  $i_C$  протекают по нижним транзисторам. Аналогичные рассуждения справедливы для интервалов  $t_2$  и  $t_7$ . С учетом вышеизложенного средние на интервале дискретности  $T_s$  значения сумм по модулю токов диодов и токов транзисторов равны

$$I_{d\Sigma} = i_A \frac{t_0}{T_s} - i_B \frac{t_2 + t_7}{T_s} - i_C \frac{t_7}{T_s};$$

$$I_{t\Sigma} = i_A \frac{t_1 + t_2 + t_7}{T_s} - i_B \frac{t_0 + t_1}{T_s} - i_C \frac{t_0 + t_1 + t_2}{T_s}.$$

С учетом  $i_A + i_B + i_C = 0$  выражения для токов примут вид:

$$I_{d\Sigma} = i_A - \left[ i_A \frac{t_1}{T_s} - i_C \frac{t_2}{T_s} \right];$$

$$I_{t\Sigma} = i_A + \left[ i_A \frac{t_1}{T_s} - i_C \frac{t_2}{T_s} \right].$$

После подстановки  $i_A, i_C, t_1, t_2$  получим:

$$I_{d\Sigma} = I\sqrt{2} \cos(\alpha - \varphi) - I \frac{3}{2\sqrt{2}} M \cos \varphi;$$

$$I_{t\Sigma} = I\sqrt{2} \cos(\alpha - \varphi) + I \frac{3}{2\sqrt{2}} M \cos \varphi.$$

После усреднения на интервале  $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{6} \div \varphi + \frac{\pi}{6}$ , получим:

$$I_{d\Sigma av} = I \cdot \left[ \frac{3\sqrt{2}}{\pi} - \frac{3\sqrt{2}}{4} M \cos \varphi \right]$$

$$I_{t\Sigma av} = I \cdot \left[ \frac{3\sqrt{2}}{\pi} + \frac{3\sqrt{2}}{4} M \cos \varphi \right]$$

Полученные выражения для средних и действующих значений токов полностью совпадают с результатами компьютерного анализа токов в трёхфазном инверторе напряжения с ШИМ, полученными в [3].

### Литература

1. K. G. King, "A three phase transistor class-b driver inverter with sinewave output and high efficiency," in *Inst. Elec. Eng. Conf.*, 1974, pp. 204-209.
2. H. Van Der Broeck, H. Skudelny, and G. Stanke, "Analysis and realization of a pulse width modulator based on voltage space vectors," in *IEEE-IAS Conf. Rec.*, 1986, pp. 244-251.
3. Robert C. Thurston and Stanislaw F. Legowski, "A Simple and Accurate Method of Computing Average and RMS Currents in a Three-Phase PWM Inverter," *IEEE Trans. on Power Electronics.*, vol. 8. no. 2, pp. 192-199, April 1993.